

# Tentamen Calculus

28 januari 2009, 14.00 – 17.00

- Rekenmachine is niet toegestaan.
- Formuleblad is niet toegestaan.
- Schrijf met pen.
- Geef exacte antwoorden, tenzij anders vermeld.

## 1. Differentiëren [10 punten]

(a) Bereken de afgeleide van de functie  $f(x) = x\sqrt{\ln(x)}$ .

§ (b) Bepaal de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{3x^2}$$

met behulp van Taylorreeksen.

## 2. Integreren [10 punten]

(a) Bereken de bepaalde integraal

$$\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

– (b) Bereken de onbepaalde integraal

$$\int x^2 \ln(2x) dx$$

## 3. Differentiaalvergelijking (1) [8 punten]

Gegeven is de differentiaalvergelijking  $y'(t) = y(t) \sin(t)$ .

Los de differentiaalvergelijking op met beginwaarde  $y(\frac{1}{2}\pi) = 2$ .

## 4. Functies van twee variabelen [20 punten]

Gegeven is de functie  $f(x, y) = x^2 + \sin(y)$  en het gebied  $G$  dat in het  $(x, y)$ -vlak wordt ingesloten door de lijnen  $x = 1$ ,  $x = -1$ ,  $y = -\pi$  en  $y = \pi$ .

- Bereken de vergelijking van het raakvlak in het punt  $(1, \pi, 1)$  aan de grafiek van  $f$ .
- Bereken de stationaire punten van  $f$  in het gebied  $G$  en bepaal voor elk van deze punten of het een minimum, maximum of zadelpunt betreft.
- Bereken de integraal van  $f$  over het gebied  $G$ .

## 5. Complexe getallen [10 punten]

§ – (a) Vind alle complexe getallen die voldoen aan de vergelijking  $z^3 = 8i$ . Schrijf de oplossingen in de vorm  $a + bi$ .

§ ~~wa~~ (b) Vind alle complexe getallen die voldoen aan de vergelijking

$$z^3 + z^2 + z + 1 = 0$$

## 6. Differentiaalvergelijking (2) [12 punten]

Geef de reële oplossingen van het beginwaardeprobleem

$$x''(t) + 2x'(t) + 10x(t) = 0, \quad x(0) = 2, \quad x'(0) = 1$$

einde